

Geometría analítica y cónicas

1. Hallar la ecuación de una recta que pasando por el punto $P(3, 2)$ y forma un ángulo de 30° con la recta $r: x - 2y = 0$.
2. En el triángulo de vértices $A(2, 4)$, $B(2, 1)$ y $C(4, 2)$, se traza una recta que pasa por B forma un ángulo de 45° con el lado BC . Hallar el área de los dos triángulos que se forman.
3. De un trapecio rectángulo se conocen los vértices $A(1, 1)$ y $B(2, 1)$ y se sabe que un lado está en la recta $r: x - y + 1 = 0$. Hallar los otros vértices y calcular las longitudes de sus lados y de sus diagonales. ¿Cuál es su área?
4. Hallar la ecuación de una recta que divide el ángulo formado por $r: 2x - y + 3 = 0$ y $s: x + 2y - 2 = 0$, en dos partes, una de ellas triple que la otra.
5. Calcular m y n en las rectas de ecuaciones: por $r: mx - 2y + 5 = 0$ y $s: nx + 6y - 8 = 0$ sabiendo que son perpendiculares y que r pasa por el punto $P(1, 4)$.
6. Dadas las rectas: por $r: 3x - y - 9 = 0$ y $s: 3x - ky - 8 = 0$, calcula el valor de k para que r y s se corten formando un ángulo de 60° .
7. Halla un punto del eje de abscisas que equidiste de las rectas: por $r: 4x + 3y + 6 = 0$ y $s: 3x + 4y - 9 = 0$.
8. De todas las rectas que pasan por el punto $A(1, 2)$, halla la pendiente de aquella cuya distancia al origen es 1.
9. Hallar la ecuación de una circunferencia de centro $C(3, 1)$ y es tangente a la recta que tiene por ecuación $r: 3x - 4y + 5 = 0$.
10. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos de coordenadas $A(0, 0)$, $B(3, 1)$ y $C(5, 7)$?
11. ¿Cuál es el centro y el radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 1 = 0$? Estudiar la posición relativa de la recta $y = x$ y esa circunferencia.
12. Estudiar la posición relativa de la circunferencia $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$ respecto de cada una de las siguientes rectas:
 $s_1: 3x - 4y - 26 = 0$ $s_2: 5x - 8y + 60 = 0$ $s_3: 3x - 4y - 1 = 0$
Si alguna de ellas corta a Γ , hallar los puntos de corte.
13. ¿Para qué valor de b la recta $y = x + b$ es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$?
14. Hallar los puntos de intersección de cada pareja de circunferencias y di cuál es su posición relativa:
a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 2y + 9 = 0 \end{cases}$$
15. Halla la ecuación de la circunferencia inscrita al triángulo de lados $3x - 2y = 0$, $y = 0$, y $4x + 3y - 50 = 0$.
16. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por $A(-3, 2)$ y $B(4, 1)$ y es tangente al eje OX .
17. Determina la ecuación de la circunferencia de radio 10 que, en el punto $A(7, 2)$, es tangente a la recta $r: 3x - 4y - 13 = 0$

18. Hallar los vértices, los focos, los puntos de corte con los ejes, la excentricidad y representa las siguientes elipses:

a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ b) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ c) $9x^2 + 25y^2 = 25$

19. Hallar la ecuación de las elipses determinadas por:

- a) Focos en $(-2, 0)$ y $(2, 0)$ y eje mayor de longitud 10.
b) Focos en los puntos $C(\sqrt{5}, 0)$ y $C'(-\sqrt{5}, 0)$ y que pasa por $P(8/3, 1)$.
c) Focos $F(2,3)$ y $F'(-4, 3)$ y semieje menor $b = 4$.

20. Halla los puntos de intersección de la elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ con la circunferencia cuyo centro es el origen de coordenadas y pasa por los focos.

21. Calcula la longitud de la cuerda definida por la elipse $x^2 + 3y^2 = 28$ y la recta $5x + 3y = 14$. Y las ecuaciones de las tangentes a la elipse en los puntos de intersección con dicha recta.

22. Hallar los vértices, los focos, los puntos de corte con los ejes, las asíntotas, la excentricidad y representa las siguientes hipérbolas:

a) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1$ b) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{36} = 1$ c) $9x^2 - 4y^2 = 36$

23. Determinar la ecuación de la hipérbola determinadas por:

- a) Tiene los focos $(-4, 0)$ y $(4, 0)$ y la distancia entre los vértices es 4.
b) Sus asíntotas que son las rectas $y = \pm \frac{1}{5}x$ y su vértice está en el punto $V(2, 0)$.
c) Sus asíntotas que son las rectas $y = \pm \frac{3}{4}x$ y pasa por el punto $P(2, 1)$.

24. La elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ tiene sus vértices en los focos de una hipérbola y sus focos en los vértices de ésta. Determinar la ecuación de la hipérbola y representarla.

25. Halla los vértices, los focos y las directrices de las siguientes parábolas y representálas:

a) $y^2 = 6x$ b) $(y - 2)^2 = 4 \cdot (x + 1)$ c) $x^2 = 4 \cdot (y + 1)$

26. Halla las ecuaciones de las parábolas determinadas por los siguientes elementos:

- a) Su directriz es la recta $x = -5$ y su foco el punto $F(5, 0)$.
b) Su directriz es la recta $y = 3$ y su foco el punto $F(0, 0)$.
c) Tiene el vértice en $V(0, 0)$ y pasa por el punto $P(2, 3)$.

27. Determinar las ecuaciones de las parábolas cuyo foco está en el centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ y cuya directriz es la tangente a la circunferencia paralela a los ejes de coordenadas. (Nota: hay cuatro)

28. Describe las siguientes cónicas. Obtén sus elementos y dibújalas:

a) $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 20 = 0$ b) $x^2 - 4y^2 - 2x - 3 = 0$ c) $y^2 - 4x - 2y + 13 = 0$
d) $16x^2 + 4y^2 - 96x + 16y + 96 = 0$ e) $x^2 - y^2 - 6x = 0$ f) $x^2 - 4x - 6y - 5 = 0$