Matrices (2)

1. Calcula las matrices inversas de las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, calcula $\left(A \cdot B\right)^t$ y $\left(A \cdot B\right)^{-1}$.

3. Calcula $B^{-1} \cdot A^2 \cdot B$, siendo $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Calcula el rango de las siguientes matrices para los distintos valores de *a*:

a) $\begin{pmatrix} a-2 & a+2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & 3 \\ 4 & 1 & -a \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2a & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} a-1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & a+2 & 1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ a & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & a & 3 & 1 \\ 1 & a+1 & 5 & a+1 \end{pmatrix}$

5. Obtén la matriz inversa de $A + A^t$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

6. La matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ es distinta de la matriz nula. ¿Tiene inversa? Justifica tu respuesta y, en caso afirmativo halla M^{-1}.

7. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & x \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$:

a) ¿Para qué valores de *x* tiene inversa la matriz *A*?
b) Encuentra la matriz inversa de *A* cuando $x = -1$.
c) ¿Qué dimensiones debe tener la matriz *X* para que la ecuación $A \cdot X = B \cdot C$ tenga sentido? Halla esta matriz cuando $x = 1$.

8. Sabiendo que las matrices *B* y *C* son cuadradas y tienen inversa y dada la ecuación matricial $C \cdot (A + X) \cdot B = I_3$:

a) ¿Qué dimensiones tiene la matriz X para que tenga sentido?
b) ¿Cuál es la solución?

9. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, determina la matriz *X* que verifica $X = A^{-1} \cdot B \cdot C$.

10. Resuelve las siguientes ecuaciones matriciales, donde *A, B* y *C* son las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) $X\cdot A=B$ b) $A\cdot X+B=C$ c) $X\cdot A+B=2C$

d) $A\cdot X+B\cdot X=C$ e) $X\cdot A\cdot B-X\cdot C=2C$ f) $A\cdot X-B-C=0$

11. Dada la ecuación matricial: $X\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

a) ¿Cuáles son las dimensiones de una matriz solución de la identidad anterior?

b) Calcula la solución.

12. Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Halla la inversa de $A-B\cdot C$.

b) Resuelve la ecuación matricial $A\cdot X-B\cdot C\cdot X=A$.

13. Resuelve la ecuación matricial $A\cdot X\cdot B=C$ siendo:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

14. Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

halla la matriz X que cumple que $A\cdot X\cdot A^{-1}=B$.

15. Dadas las matrices: $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $Q=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ calcula:

a) La matriz P^{-1}.

b) La matriz real cuadrada *X* tal que $P^{-1}\cdot X\cdot P=Q$.

c) La matriz $\left(P\cdot Q\cdot P^{-1}\right)^2$.

16. Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 5 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz inversa, A^{-1}.

b) Comprueba que no existe la matriz inversa B^{-1}.

c) Resuelve la ecuación: $X\cdot A=B+2\cdot I_3$.

17. Se consideran las matrices $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Halla una matriz *A* tal que al multiplicarla por *B* y sumarle *C* resulte 2*A.*