Nota

Prueba 1.02 - 2º Bach C
Álgebra

Nombre:... 03/11/10

Elige una de las dos opciones y contesta a todas sus preguntas. Tiempo disponible 1 h. 30 min.

OPCIÓN A

Valor	Nota
25	

1. Discute, para los distintos valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 5x-11y+9z=a \\ x-3y+5z=2 \\ 2x-4y+2z=1 \end{cases}$. Halla la solución cuando sea posible.

Estudiamos el rango de la matriz ampliada del sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & -11 & 9 & a \\ 1 & -3 & 5 & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{c} F_2 \\ F_3 \\ F_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 9 & a \end{array}\right) \begin{array}{c} 2F_1-F_2 \\ 5F_1-F_3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 8 & 3 \\ 0 & -4 & 16 & 10-a \end{array}\right) {}_{2F_2-F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & a-4 \end{array}\right)$$

El rango de la matriz de coeficientes es 2 para todos los valores del parámetro, mientras que el de la matriz ampliada es también 2 si $a=4$ y 3 en cualquier otro caso. Por lo tanto, el sistema es <u>compatible indeterminado cuando $a=4$</u> e <u>incompatible para cualquier otro valor</u> del parámetro a.

Lo resolvemos en el único caso posible, es decir, cuando $a=4$. El sistema que queda es:

$$\begin{cases} x-3y+5z=2 \\ -2y+8z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y=2-5z \\ -2y=3-8z \end{cases} \text{ si } z=t, \text{ tenemos que: } y=\frac{3-8t}{-2}=4t-\frac{3}{2} \Rightarrow x=3y+(2-5z)=3\left(4t-\frac{3}{2}\right)+(2-5t)=7t-\frac{5}{2}$$

Luego la solución es: $\boxed{x=7t-\frac{5}{2};\, y=4t-\frac{3}{2};\, z=t \quad \forall t\in\mathbb{R}}$

Valor	Nota
25	

2. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

a) Encontrar una fórmula para la potencia n-ésima de B: B^n.

b) Hallar la matriz X, que cumple que: $A\cdot X\cdot A^{-1}=B$.

(Hacer el cálculo de la matriz A^{-1} por el método de Gauss)

a) Calculamos varias potencias de la matriz B:

$$\left.\begin{array}{l} B^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=I_3 \\ B^3=B^2\cdot B=I_3\cdot B=B \\ B^4=B^3\cdot B=B\cdot B=I_3 \\ B^5=B^4\cdot B=I_3\cdot B=B \quad \ldots \end{array}\right\} \text{luego las potencias pares de la matriz } B \text{ son la identidad, y las impares la matriz } B.$$

Lo que podemos resumir en la siguiente expresión: $\boxed{B^n=\begin{cases} I_3 & \text{si } n \text{ es par} \\ B & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}}$.

b) Para despejar, debemos multiplicar por la matriz A a la derecha y por A^{-1} a la izquierda:

$$A\cdot X\cdot A^{-1}=B \Rightarrow A^{-1}\cdot\left(A\cdot X\cdot A^{-1}\right)\cdot A=A^{-1}\cdot B\cdot A \Rightarrow \left(A^{-1}\cdot A\right)\cdot X\cdot\left(A^{-1}\cdot A\right)=A^{-1}\cdot B\cdot A \Rightarrow I_3\cdot X\cdot I_3=A^{-1}\cdot B\cdot A \Rightarrow \boxed{X=A^{-1}\cdot B\cdot A}$$

Tan sólo nos falta calcular la inversa de A y hacer las multiplicaciones:

$$\left(A;I_3\right)=\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) {}_{5F_2-2F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 5 & -2 \end{array}\right) {}^{F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 5 & -2 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{c} F_2/2 \\ F_3/(-1) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 & 2 \end{array}\right)=\left(I_3;A^{-1}\right) \Rightarrow \boxed{A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \end{pmatrix}}$$

Por lo tanto:

$$X=A^{-1}\cdot B\cdot A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&-1\\0&-5&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&1\\0&5&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\-1&3&0\\2&-5&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&1\\0&5&3\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}0&5&3\\-1&6&3\\2&-10&-5\end{pmatrix}}$$

Valor	Nota
25	

3. Sea A es una matriz 3 x 3 cuyas columnas son (de izquierda a derecha): C_1, C_2, C_3 y cuyo determinante vale 2.
   a) Se considera la matriz B cuyas columnas son (de izquierda a derecha): $-C_2$, C_3+C_2, $3C_1$. Calcular razonadamente el determinante de la matriz B^{-1} en el caso de que esta matriz inversa exista.
   b) Sea ahora la matriz D cuyas columnas son : C_1+C_2, C_2+C_3, C_3-C_1. Razonar si existe o no su matriz inversa. ¿Cuánto vale $|D|$?

a) Escribiremos la matriz A de la siguiente manera: $A=(C_1,C_2,C_3)$. Aplicando propiedades de los determinantes, referidas a columnas, tenemos:

$$|B| = |-C_2,C_3+C_2,3C_1| \overset{(1)}{=} -|C_2,C_3+C_2,3C_1| \overset{(2)}{=} -3\cdot|C_2,C_3+C_2,C_1| \overset{(3)}{=} -3\cdot\left[|C_2,C_3,C_1|+\underbrace{|C_2,C_2,C_1|}_{=0}\right]$$

$$\overset{(3)}{=} -3\cdot|C_2,C_3,C_1| \overset{(4)}{=} 3\cdot|C_1,C_3,C_2| \overset{(5)}{=} -3\cdot|C_1,C_2,C_3| = -3\cdot|A| = -3\cdot 2 \Rightarrow \boxed{|B| = -6}$$

donde usamos, en el paso (1) que el determinante cambia de signo si cambia de signo una de sus columnas; en el paso (2) que si una columna la multiplicamos por un número, el determinante se multiplica por ese número; en le paso (3) que si una columna es suma de dos, el determinante es suma de dos determinantes en el que todas las columnas coinciden excepto la que era suma que en cada caso es uno de los sumando; y en los pasos (4) y (5) que el intercambio de dos columnas cambia el signo del determinante .

b) Calculo el determinante de la matriz D. De nuevo aplicamos propiedades de los determinantes; en este caso, la sustitución de una columna por la suma de esa columna y otra de la misma matriza, lo que no cambia el valor del determinante. Aquí hago la sustitución de la segunda columna por la diferencia entre la segunda y tercera columnas:

$$|D| = |C_1+C_2,C_2+C_3,C_3-C_1| = |C_1+C_2,(C_2+C_3)-(C_3-C_1),C_3-C_1| = |C_1+C_2,C_2+C_1,C_3-C_1| = 0$$

Como el último determinante tiene dos columnas iguales su valor es 0. Luego el determinante de D es 0 y por ello la matriz D no tiene inversa.

Valor	Nota
25	

4. Sea la matriz $M=\begin{pmatrix}1&2&a\\1&1&a\\a&0&1\end{pmatrix}$, se pide:
   a) Explicar razonadamente si existe algún valor de a para el que el rango de la matriz sea 1.
   b) Estudiar el rango de la matriz M según los valores del parámetro a.
   c) Calcular M^{-1} cuando sea posible.

a) El menor $M_{33}=\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}=-1$, es distinto de cero, luego el rango es al menos 2, sea a el valor que sea.

b) Calculo el determinante de la matriz M: $|M|=\begin{vmatrix}1&2&a\\1&1&a\\a&0&1\end{vmatrix}=1+2a^2+0-a^2-2-0=a^2-1=(a+1)\cdot(a-1)$. Como este determinante sólo es 0 cuando $a=1$ ó $a=-1$, tenemos <u>que el rango de la matriz es 2 para cuando $a=1$ ó $a=-1$ y su rango es 3 para cualquier otro valor.</u>

c) Calculo la matriz adjunta de M: $$Adj(M)=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}1&a\\0&1\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&a\\a&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&1\\a&0\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}2&a\\0&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&a\\a&1\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\a&0\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}2&a\\1&a\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&a\\1&a\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&a^2-1&-a\\-2&1-a^2&2a\\a&0&-1\end{pmatrix}$$

Por lo tanto: $$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left[Adj(M)\right]^t=\frac{1}{a^2-1}\cdot\begin{pmatrix}1&a^2-1&-a\\-2&1-a^2&2a\\a&0&-1\end{pmatrix}^t=\boxed{\begin{pmatrix}\frac{1}{a^2-1}&\frac{-2}{a^2-1}&\frac{a}{a^2-1}\\1&-1&0\\\frac{-a}{a^2-1}&\frac{2a}{a^2-1}&\frac{-1}{a^2-1}\end{pmatrix}}$$

OPCIÓN B

Valor	Nota
25	

1. Resuelve la ecuación $3 \cdot A \cdot X - B = 0_3$ donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, mientras que 0_3 es la matriz nula 3x3.

Para despejar la matriz X, debemos multiplicar a la izquierda por A^{-1}:

$$3 \cdot A \cdot X - B = 0_3 \Rightarrow 3 \cdot A \cdot X = B + 0_3 = B \Rightarrow A \cdot X = \frac{1}{3} \cdot B \Rightarrow$$

$$A^{-1} \cdot (A \cdot X) = A^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot B \right) \Rightarrow (A^{-1} \cdot A) \cdot X = \frac{1}{3} \cdot (A^{-1} \cdot B) \Rightarrow I_3 \cdot X = \frac{1}{3} \cdot (A^{-1} \cdot B) \Rightarrow \boxed{X = \frac{1}{3} \cdot (A^{-1} \cdot B)}$$

Sólo debemos calcular la inversa de A y luego hacer el producto. Lo haré con determinantes. Primero me aseguro de que A tiene inversa calculando su determinante y viendo que es no nulo: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 0 + 0 - 2 - 0 - 0 = -1$

La matriz adjunta es: $Adj(A) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Luego: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \left[Adj(A) \right]^t = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}^t = \boxed{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}}$

Y ahora calculo la matriz X: $X = \frac{1}{3} \cdot (A^{-1} \cdot B) = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{X = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}}$

Valor	Nota
25	

2. Hallar en función del parámetro a el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & -3 \\ 4 & 1 & a \end{pmatrix}$ y calcular, en los casos $a = 1$ y $a = -1$, la matriz inversa A^{-1}, si es que existe. Utilizar el método de Gauss para hallar la matriz inversa.

Calculo el determinante de la matriz y lo igualo a 0 para saber los valores del parámetro en los que el rango es menor de 3:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & a & -3 \\ 4 & 1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 0 + 0 + 4a + 3 - 0 = a^2 + 4a + 3 \Rightarrow |A| = 0 \text{ si } a^2 + 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2} = \begin{cases} a = -1 \\ a = -3 \end{cases}$$

Luego si a no es ni 1 ni –3, el rango de la matriz es 3. Cuando $a = -1$ y $a = -3$, el menor $M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{vmatrix} = a$ no es o y por lo tanto el rango debe ser 2.

Cuando $a = -1$ no existe la matriz inversa pues $|A| = 0$. Voy a calcula la inversa de la matriz A cuando $a = 1$ por el método de Gauss:

$$(A; I_3) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{4F_1 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & 4 & 0 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 4 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow[8F_2 - 3F_3]{8F_1 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 8 & 0 & 0 & 4 & -1 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & -12 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -8 & 4 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow[F_3/(-8)]{F_1/8,\ F_2/8} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1/2 & -1/8 & 1/8 \\ 0 & 1 & 0 & -3/2 & 5/8 & 3/8 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & -1/8 & 1/8 \end{array} \right) = (I_3; A^{-1})$$

Por lo tanto: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 & 1/8 \\ -3/2 & 5/8 & 3/8 \\ -1/2 & -1/8 & 1/8 \end{pmatrix} = \boxed{\frac{1}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -12 & 5 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}}$

Valor	Nota
25	

3. Calcular las edades actuales de una madre y sus dos hijos sabiendo que hace 14 años la edad de la madre era 5 veces la suma de las edades de los hijos en aquel momento, que dentro de 10 años la edad de la madre será la suma de las edades que los hijos tendrán en ese momento y que cuando el hijo mayor tenga la edad actual de la madre, el hijo menor tendrá 42 años.

Resumo la información del problema en la siguiente tabla:

(en años)	madre	h. mayor	h. menor	ecuación
edades hoy	x	y	z	
hace 14 años	$x-14$	$y-14$	$z-14$	$x-14=5[(y-14)+(z-14)]$
dentro de 10 años	$x+10$	$y+10$	$z+10$	$x+10=(y+10)+(z+10)$
		x	42	han pasado $x-y$ años luego $z+(x-y)=42$

Tenemos que resolver el siguiente sistema que resulta de reducir las ecuaciones anteriores: $\begin{cases} x-5y-5z=-126 \\ x-y-z=10 \\ x-y+z=42 \end{cases}$

Se extrae la matriz ampliada del sistema y se aplica el método de Gauss a la resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -5 & -126 \\ 1 & -1 & -1 & 10 \\ 1 & -1 & 1 & 42 \end{array}\right) \begin{matrix} F_2 \\ F_1 \\ F_3 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 10 \\ 1 & -5 & -5 & -126 \\ 1 & -1 & 1 & 42 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ F_1-F_2 \\ F_1-F_3 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 10 \\ 0 & 4 & 4 & 136 \\ 0 & 0 & -2 & -32 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} x-y-z=10 \\ 4y+4z=136 \\ -2z=-32 \end{cases}$$

de donde: $z=\dfrac{-32}{-2}=\boxed{\text{16 años tiene el hijo menor}}$; $y=\dfrac{136-4z}{4}=\dfrac{136-4\cdot 16}{4}=\dfrac{72}{4}=\boxed{\text{18 años tiene el hijo mayor}}$; y por tanto la edad de la madre es:

$x=10+y+z=10+16+18=\boxed{\text{44 años tiene la madre}}$

Valor	Nota
25	

4. Dado el sistema: $\begin{cases} ax+y=0 \\ ay+z=0 \\ az+w=0 \\ x+aw=0 \end{cases}$ que depende del parámetro a, discutirlo para los distintos valores del parámetro y resolverlo en los casos en que sea indeterminado.

Como es un sistema homogéneo es siempre compatible. Por tanto sólo hay que averiguar cuando es indeterminado. Para ello calculamos el determinante de la matriz del sistema y lo igualamos a 0. Los valores que lo anulen nos dirán los valores del parámetro para los que el sistema es indeterminado. En el resto de los valores el sistema es determinado y al ser homogéneo <u>su solución será $x=y=z=w=0$.</u> Resolvemos pues la ecuación:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} \overset{F_1-aF_2}{=} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -a^2 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} \overset{(1)}{=} -1\cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & -a^2 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \end{vmatrix} =-(1+0-a^4-0-0-0)=a^4-1=0 \Rightarrow \boxed{a=\sqrt[4]{1}=\pm 1}$$

Tenemos que resolver el sistema sólo en los casos en los que el parámetro (y en consecuencia, la matriz del sistema) es:

$\boxed{a=1}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ el menor $M_{44}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=1\neq 0$, luego el rango de la matriz del sistema es 3 y podemos quedarnos con las tres primeras ecuaciones para resolver: $\begin{cases} x+y=0 \\ y+z=0 \\ z+w=0 \end{cases}$ tomando $w=t$, la solución será: $\boxed{x=-t,\ y=t,\ z=-t, w=t \quad \forall t\in\mathbb{R}}$

$\boxed{a=-1}$, $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ el menor $M_{44}=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}=-1\neq 0$, luego el rango de la matriz del sistema es 3 y podemos quedarnos con las tres primeras ecuaciones para resolver: $\begin{cases} -x+y=0 \\ -y+z=0 \\ -z+w=0 \end{cases}$ tomando $w=t$, la solución será: $\boxed{x=t,\ y=t, z=t, w=t \quad \forall t\in\mathbb{R}}$