

Funciones derivables

1. Aplica la definición de derivada para obtener la derivada de la función $y = f(x)$ indicada en el punto c dado:

a) $f(x) = 2x^3$ en $c = 1$. b) $f(x) = 1 + \operatorname{sen} x$ en $c = \pi/2$.
c) $f(x) = \ln(x+2)$ en $c = 1$. d) $f(x) = 3 - e^{2x}$ en $c = -1$.

2. Aplica la definición de derivada para obtener la función derivada de la función $y = f(x)$ indicada:

a) $f(x) = 2x^3$ b) $f(x) = 1 + \operatorname{sen} x$
c) $f(x) = \ln(x+2)$ d) $f(x) = 3 - e^{2x}$

3. La función valor absoluto está definida como sigue:

$$\operatorname{abs} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } \operatorname{abs}(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Demostrar que es continua pero no es derivable en $x = 0$.

4. Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Encontrar los valores de a y b para que la función sea derivable en $x = 0$.
b) Si cambiamos la definición de la función de manera que la unión entre los trozos en vez de producirse en $x = 0$ se produzca en $x = 1$, ¿cuáles deberían ser entonces los valores de a y de b ?
5. Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & \text{si } x < 0 \\ a + bx^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Encontrar los valores de a y b para que la función sea derivable en $x = 0$.
b) Si cambiamos la definición de la función de manera que la unión entre los trozos en vez de producirse en $x = 0$ se produzca en $x = 1$, ¿cuáles deberían ser entonces los valores de a y de b ?
6. Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Encontrar los valores de a y b para que la función sea derivable en $x = 0$.
b) Si cambiamos la definición de la función de manera que la unión entre los trozos en vez de producirse en $x = 0$ se produzca en $x = 1$, ¿cuáles deberían ser entonces los valores de a y de b ?
7. En cada uno de los siguientes ejercicios calcular la ecuación de la recta tangente y de la normal a la gráfica de la función $y = f(x)$ en el punto c dado:

a) $f(x) = x^3 + 4x - 12$, $c = 1$ b) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $x = \pi/6$
c) $f(x) = \cos x$, $c = \pi/3$ d) $f(x) = \tan x$, $c = \pi/4$
d) $f(x) = 3 + 2 \cdot \ln x$, $c = 1$ e) $f(x) = 2 - 3 \cdot e^x$, $c = 0$